

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ РІЗНИХ КОМПОНОВОК НИЗУ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ З ВИБОЄМ ТА СТІНКОЮ СВЕРДЛОВИНИ

Я. М. Кочкодан, А. І. Васько

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, Карпатська 15, тел. (0342) 727137
e-mail: drill@nimg.edu.ua

Наведено основні фактори, які впливають на викривлення при бурінні вертикальних свердловин. Проведено аналітичні дослідження впливу навантаження на долото та сили взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини при застосуванні однорозмірної компоновки низу бурильної колони зі стінкою свердловини, яка знаходиться у похилому стовбурі свердловини при бурінні в ізотропних породах, коли напрям буріння збігається з напрямом сили, що діє на долото. Складені диференціальні рівняння пружної осі бурильної колони та отримані в результаті розв'язання безрозмірні залежності між технологічними параметрами. Отримані графічні залежності відстані від долота до точки дотику бурильної колони зі стінкою свердловини та нормальної складової реакції вибою на долото та зазору між колоною і стінкою свердловини. Отримано залежність для визначення бурового індексу анізотропії у похило залеглих пластах. Встановлено взаємозв'язок між буровим індексом анізотропії, зенітним кутом, кутом нахилу пластів, компоновкою низу бурильної колони, геометричними розмірами свердловини та осьовим навантаженням на долото. Проведено аналітичні дослідження впливу навантаження на долото та сили взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини при встановленні в компоновку низу бурильної колони центратора. Отримані диференціальні рівняння пружної осі бурильної колони за наявності в компоновці низу центратора. Встановлено, що зі збільшенням осьового навантаження на долото та зазору між обважненими бурильними трубами і стінкою свердловини, відстані від долота до точки дотику зі стінкою свердловини зменшується, а зі збільшенням зенітного кута та зазору сила тиску колони на стінки зростає. Встановлено, що буровий індекс анізотропії зменшує відстань від долота до точки дотику як в гладкій КНБК, так і у компоновці низу бурильної колони з центратором. Наявність центратора у компоновці низу бурильної колони збільшує відстань від долота до точки дотику колони зі стінкою свердловини, що дозволяє збільшити навантаження на долото без небезпеки зростання зенітного кута.

Ключові слова: буровий індекс анізотропії, гірська порода, зенітний кут, навантаження на долото, стінка свердловини, компоновка низу бурильної колони, центратор, кут нахилу пласта.

Приведены основные факторы, влияющие на искривление при бурении вертикальных скважин. Проведены аналитические исследования влияния нагрузки на долото и силы взаимодействия бурильной колонны со стенкой скважины при применении одномерных компоновки низа бурильной колонны со стенкой скважины, которая находится в наклонном стволе скважины при бурении в изотропных породах, когда направление бурения совпадает с направлением силы, действующей на долото. Составленные дифференциальные уравнения упругой оси бурильной колонны и в результате решения получены безразмерные зависимости между технологическими параметрами. Получены графические зависимости расстояния от долота до точки соприкосновения бурильной колонны со стенкой скважины и нормальной составляющей реакции забоя на долото и зазора между колонной и стенкой скважины. Получена зависимость для определения бурового индекса анизотропии в наклонно залегающих пластах. Установлена взаимосвязь между буровым индексом анизотропии, зенитным углом, углом наклона пластов, компоновкой низа бурильной колонны, геометрическими размерами скважины и осевой нагрузкой на долото. Проведены аналитические исследования влияния нагрузок на долото и силы взаимодействия бурильной колонны со стенкой скважины при установке в компоновку низа бурильной колонны центратора. Получены дифференциальные уравнения упругой оси бурильной колонны при наличии в компоновке низа центратора. Установлено, что с увеличением осевой нагрузки на долото и зазора между утяжеленными бурильными трубами и стенкой скважины, расстояние от долота до точки соприкосновения со стенкой скважины уменьшается, а с увеличением зенитного угла и зазора сила давления колонны на стенки возрастает. Установлено, что буровой индекс анизотропии уменьшает расстояние от долота до точки соприкосновения как в гладкой КНБК, так и в компоновке низа бурильной колонны с центратором. Наличие центратора в компоновке низа бурильной колонны увеличивает расстояние от долота до точки соприкосновения колонны со стенкой скважины, позволяет увеличить нагрузку на долото без опасности возрастания зенитного угла.

Ключевые слова: буровой индекс анизотропии, горная порода, зенитный угол, нагрузка на долото, стенка скважины, компоновка низа бурильной колонны, центратор, угол наклона пласта.

The article presents the main factors affecting the buckling when drilling vertical wells. The authors study analytically the effect of the weight on the bit and the force of the interaction of a drill string with a borehole wall using a uniform-sized arrangement of the bottom-hole assembly and the borehole wall which is located in a deviated well-bore when drilling in isotropic rocks in case the drilling direction coincides with the direction of the force acting on the bit. Differential equations of the elastic axis of the drill string are worked out. The solutions of these equations have given nondimensional dependences between the technological parameters. The authors have obtained the graphical dependences of the distance from the bit to the “drill string - borehole wall” contact point and the normal reaction of the bottom to the bit and the “drill string - borehole wall” clearance. The dependence for identifying the drilling anisotropy index in oblique beds is obtained. An interrelation between the anisotropy drilling index, the zenith angle, the bedding angle, the bottom-hole assembly, the borehole dimensions and the axial weight on the bit has been established. The authors have studied analytically the effect of the weight on the bit and the force of the “drill string - borehole wall” interaction, when installing the centralizer in the bottom-hole assembly. The differential equations of the elastic axis of the drill string with the centralizer in the bottom-hole assembly are obtained. It is established that with the increase in the axial weight on the bit and the “drill collars - borehole wall” clearance, the distance from the bit to the contact point of the borehole wall decreases; whereas with the increase of the deviation angle and the clearance, the pressure force of the column on the walls increases. It has also been established that the anisotropy drilling index reduces the distance from the bit to the point contact both in a slick BHA and in the bottom hole assembly with the centralizer. The presence of a centralizer in the bottom hole assembly increases the distance from the bit to the contact point between the string and the borehole wall, makes it possible to increase the weight on the bit without the risk of increasing a deviation angle.

Key words: index of drilling anisotropy, rock, deviation angle, weight on the bit, borehole wall, bottom hole assembly, centralizer, bedding angle.

Вступ. Сучасний стан техніки і технології буріння свердловин дозволяє споруджувати свердловини найрізноманітнішого призначення, різних конструкцій ствола та його орієнтування у гірничому масиві. При бурінні нафтових і газових свердловин будь-яким способом у тій чи іншій мірі має місце довільне викривлення ствола свердловини. Буріння викривленої свердловини пов'язане з багатьма труднощами, і тому своєчасне вживання заходів із запобігання викривленню має важливе значення для ефективності бурових робіт. При одному і тому ж способі буріння, але у різних геолого-технічних умовах закономірності викривлення проявляються по-різному. Свердловини можуть виполоджуватись, викручуватись, відхилитися вправо або вліво. Проте, в одних випадках, переважає один напрямок, а в інших – інший. Суттєво відрізняється і не відповідає проектним завданням інтенсивність викривлення для одних і тих же способів буріння. Вибір вертикальних свердловин зміщуються відносно своїх проектних положень на десятки і сотні метрів, у результаті чого порушується мережа розробки родовища. Стволи таких свердловин у більшості випадків мають різкі перегини, які негативно впливають на процес подальшого поглиблення свердловини, її кріплення та експлуатації. У результаті викривлення можливі ускладнення та аварії, ліквідація яких вимагає великих затрат часу та матеріальних засобів [1,2].

Ступінь та інтенсивність викривлення визначається дією факторів, які є складним комплексом. Характер впливу окремо кожного з

факторів встановити дуже важко, проте за кінцевими результатами дії можна відхилити фактори, які обумовлюють закономірне викривлення, та фактори, які зумовлюють випадкове викривлення [3].

Для запобігання викривленню та забезпечення проводки свердловин у заданому напрямку потрібно розробляти та впроваджувати комплекс техніко-технологічних заходів. Розробка цих заходів неможлива без виявлення причин та закономірностей викривлення свердловин [3].

Важливою проблемою при цьому є розроблення науково-технологічних рекомендацій для оптимального управління системою «долото - компоновка низу бурильної колони (КНБК) – колона бурильних труб» при бурінні у найрізноманітніших геологічних умовах. Особливо це важливо при бурінні похилих свердловин для забезпечення попадання вибою у проектну точку пласта та правильного вибору параметрів режиму буріння та КНБК при бурінні вертикальних свердловин для запобігання викривленню [4].

Проблема управління траєкторією свердловини передбачає проведення комплексних досліджень різних аспектів технології буріння. Зокрема, необхідно дослідити стійкість нижньої частини бурильної колони, оскільки в основному прогин осі КНБК обумовлює характер розподілу сил, які діють на долото у процесі буріння свердловини [5, 6].

Метою роботи є аналітичне дослідження впливу навантаження на вибій (долото) та сили

взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини при застосуванні різних компоновок низу бурильної колони.

Основна частина

Розглянемо гладку однорозмірну компоновку низу бурильної колони, яка знаходиться у похилому стволі свердловини із zenітним кутом « α » [7].

Для знаходження складових реакції вибою на долото розглянемо рівновагу моментів, які діють на виділену ділянку бурильної колони (рис. 1).

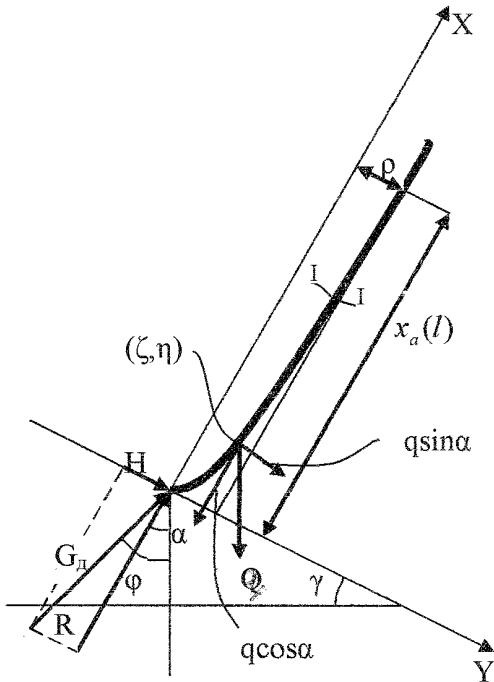


Рисунок 1 – Схема взаємодії нижньої частини бурильної колони з вибоєм та стінкою свердловини

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -G_d \cdot y + Hx + \int_0^x [q \cdot \cos(y - \eta) + q \cdot \sin \alpha (x - \xi)] d\xi. \quad (1)$$

Величини x та y в межах інтегрування $(0, x)$ є постійні.

Розкривши інтеграл та продиференціювавши рівняння (1) за x , отримаємо:

$$EI \frac{d^3 y}{dx^3} = -G_d \frac{dy}{dx} + q \cdot \cos \alpha x \frac{dy}{dx} + q \cdot \sin \alpha \cdot x + H. \quad (2)$$

Приведемо рівняння (2) до безрозмірного вигляду, поділивши обидві його частини на узагальнений параметр – $m \cdot q \cdot \sin \alpha$, де m – умовна (лінійна) величина.

$$\frac{EI}{m \cdot q \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{G_d}{m \cdot q \cdot \sin \alpha} \frac{dy}{dx} + \frac{x}{m \cdot \sin \alpha} \frac{dy}{dx} + \frac{x}{m} + \frac{H}{m \cdot q \cdot \sin \alpha}. \quad (3)$$

Введемо нові змінні між розмірними та безрозмірними величинами.

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{m} &= X; dx = m dX \\ y &= m U \text{tg} \alpha; \frac{dy}{dx} = \text{tg} \alpha \frac{dU}{dX} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{\text{tg} \alpha}{m} \cdot \frac{d^2 U}{dX^2} \\ \frac{d^3 y}{dx^3} &= \frac{\text{tg} \alpha}{m^2} \cdot \frac{d^3 U}{dX^3} \\ \frac{G_d}{m \cdot q \cdot \cos \alpha} &= X_2; \rho = \frac{r}{m \cdot \text{tg} \alpha} \\ \frac{H}{m \cdot q \cdot \sin \alpha} &= h; r = \frac{D_c - d}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Підставивши (4) у (3), отримаємо:

$$\frac{EI}{m^3 \cdot q \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{d^3 U}{dX^3} = -(X_2 - X) \frac{dU}{dX} + X + h. \quad (5)$$

Допустимо, що

$$\frac{EI}{m^3 \cdot q \cdot \cos \alpha} = 1; \quad m = \sqrt[3]{\frac{EI}{q \cdot \cos \alpha}}, \quad (6)$$

$$q = \frac{\pi}{4} (d_3^2 - d_6^2) g (\rho_m - \rho_{np}), \quad (7)$$

$$I = \frac{\pi}{64} (d_3^4 - d_6^4), \quad (8)$$

де q – вага одиниці довжини бурильної колони у промивальній рідині;

d_3, d_6 – відповідно зовнішній та внутрішній діаметри труби;

ρ_m, ρ_{np} – відповідно густина матеріалу труби (сталі) та промивальної рідини.

Підставивши (6) у (5), отримаємо:

$$\frac{d^3 U}{dX^3} = -(X_2 - X) \frac{dU}{dX} + X + h. \quad (9)$$

Для розв’язання рівняння (9) використаємо метод апроксимації, згідно з яким дійсна функція U описується наближеною U_a , за умови, що в кінцевих точках значення дійсної та наближеної функції рівні.

Як апроксимуючу використаємо функцію

$$U_a = \rho \cdot \sin \frac{\pi x}{2 - X_a}, \quad (10)$$

$$\rho = \frac{r}{m \cdot \text{tg} \alpha}; \quad r = \frac{D_c - d_3}{2}. \quad (11)$$

Тричі проінтегрувавши рівняння (9) та підставивши замість функції U функцію U_a , отримаємо:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -(x_2 - x)U_a - \int_0^x U_a dx + \frac{x^2}{2} + hx + K, \quad (12)$$

$$\frac{dU}{dx} = -(x_2 - x) \int_0^x U_a dx - 2 \int_0^x \int_0^x U_a dx dx + \frac{x^3}{6} + \frac{hx^2}{2} + Kx + L, \quad (13)$$

$$U = -(x_2 - x) \int_0^x \int_0^x U_a dx dx - 3 \int_0^x \int_0^x \int_0^x U_a dx dx dx + \frac{x^4}{24} + \frac{hx^3}{6} + \frac{Kx^2}{2} + Lx + M, \quad (14)$$

$$\int_0^x U_a dx = \int_0^x \rho \cdot \sin \frac{\pi x}{2x_a} dx = -\frac{2\rho \cdot x_a}{\pi} \left(\cos \frac{\pi x}{2x_a} - 1 \right), \quad (15)$$

$$\int_0^x \int_0^x U_a dx dx = -\rho \frac{4x_a^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{2x_a} + \rho \frac{2x_a}{\pi} \cdot x, \quad (16)$$

$$\int_0^x \int_0^x \int_0^x U_a dx dx dx = \rho \frac{8x_a^3}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi x_a}{2x} - 1 \right) + \rho \frac{2x_a}{\pi} \cdot \frac{x^2}{2}. \quad (17)$$

Розв'язок (12) – (14) для семи невідомих (три постійні інтегрування K, L, M , постійну h , навантаження на долото x_2 , зазор ρ та відстань від долота до точки дотику зі стінкою свердловини x_a).

Для визначення невідомих маємо такі граничні умови:

$$\text{При } x = 0, \quad U = 0, \quad (18)$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = 0, \quad (19)$$

$$\text{При } x = x_a, \quad U = \rho, \quad (20)$$

$$\frac{dU}{dx} = 0, \quad (21)$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = 0. \quad (22)$$

Використовуючи граничні умови та вважаючи x_a та ρ відомими, визначимо решту шість невідомих.

$$K = 0$$

$$M = 0$$

$$L = 2\rho \frac{x_a}{\pi} \left(x_2 + x_a - 4 \frac{x_a}{\pi} \right) - \frac{x_a^3}{6} - \frac{hx_a^2}{2}, \quad (23)$$

$$h = \rho \left(\frac{x_2}{x_a} - 1 + \frac{2}{\pi} \right) - \frac{x_a}{2}, \quad (24)$$

$$X_a = 8 \frac{\rho}{x_a} \left(\frac{3}{x_a^2} - Ax_2 + Bx_a \right), \quad (25)$$

$$A = \frac{12}{\pi^2} - 1, \quad (26)$$

$$B = \frac{36}{\pi^2} \left(1 - \frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{36} - \frac{\pi^2}{36} \right). \quad (27)$$

Рівняння (25) є трансцендентним, тож його розв'язують методом ітерації.

Визначимо величину x_a за наближеною ітераційною формулою

$$x_a = x_{an} + \frac{f(x_a) - x_{an}}{1 - f'(x_a)}. \quad (28)$$

Таким чином,

$$X = x_{an} + \frac{8 \frac{\rho}{x_a} \left(\frac{3}{x_a^2} - Ax_2 + Bx_a \right) - x_{an}}{1 + 8 \frac{\rho}{x_a^2} \left(\frac{9}{x_a^2} - Ax_2 \right)}. \quad (29)$$

Для побудови графічних залежностей скористаємось програмою MathCAD. Використавши дану програму, отримаємо залежності впливу навантаження на долото та зазору між колоною і стінкою свердловини на довжину напрямної ланки та нормальну складову (рис. 2, 3).

Варто зауважити, що наведені аналітичні залежності характеризують умови буріння в ізотропних породах, коли напрям буріння збігається з напрямом сили, що діє на долото.

При бурінні в анізотропних породах напрям буріння не збігається з напрямком сили, яка діє на долото. Для з'ясування впливу анізотропії гірських порід нами проведено аналітичні дослідження для умов буріння в пласті, який залягає під кутом γ і має буровий індекс анізотропії h_a [6]. Для цього виберемо систему координат, спрямувавши вісь x перпендикулярно до площини падіння пласта, а вісь y – паралельно. Вважаємо, що буріння ведеться гладкою компоновкою при певних режимно-технологічних параметрах. H і G_θ – відповідно нормальна компонента реакції вибою до осі x і паралельна (осьова) компонента до осі y (рис. 4).

Компоненти миттєвого переміщення у напрямку осей x та y пропорційні величині сили.

Для ізотропних порід:

у напрямку осі x - $K \cdot G_\theta$;

у напрямку осі y - $K \cdot H$,

де K – коефіцієнт пропорційності, який залежить від властивостей порід.

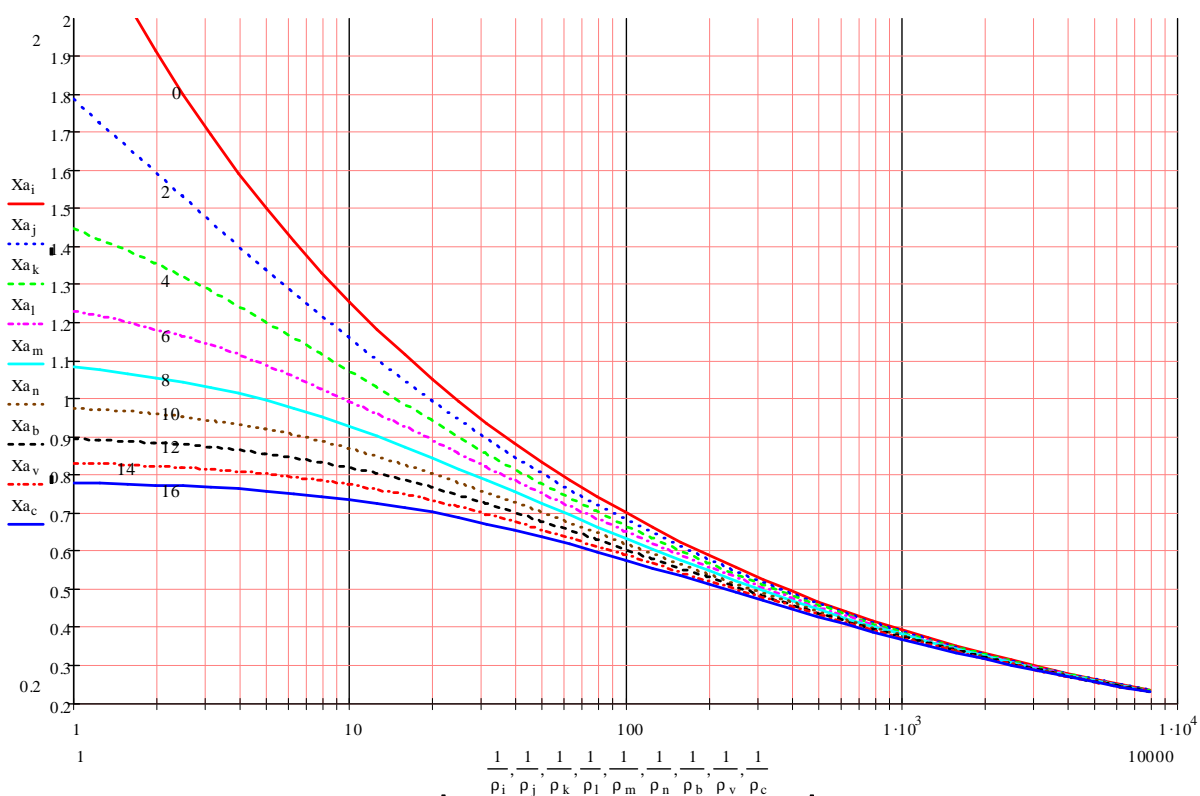


Рисунок 2 – Графічне зображення функції $x_a=f(\rho, x_2)$

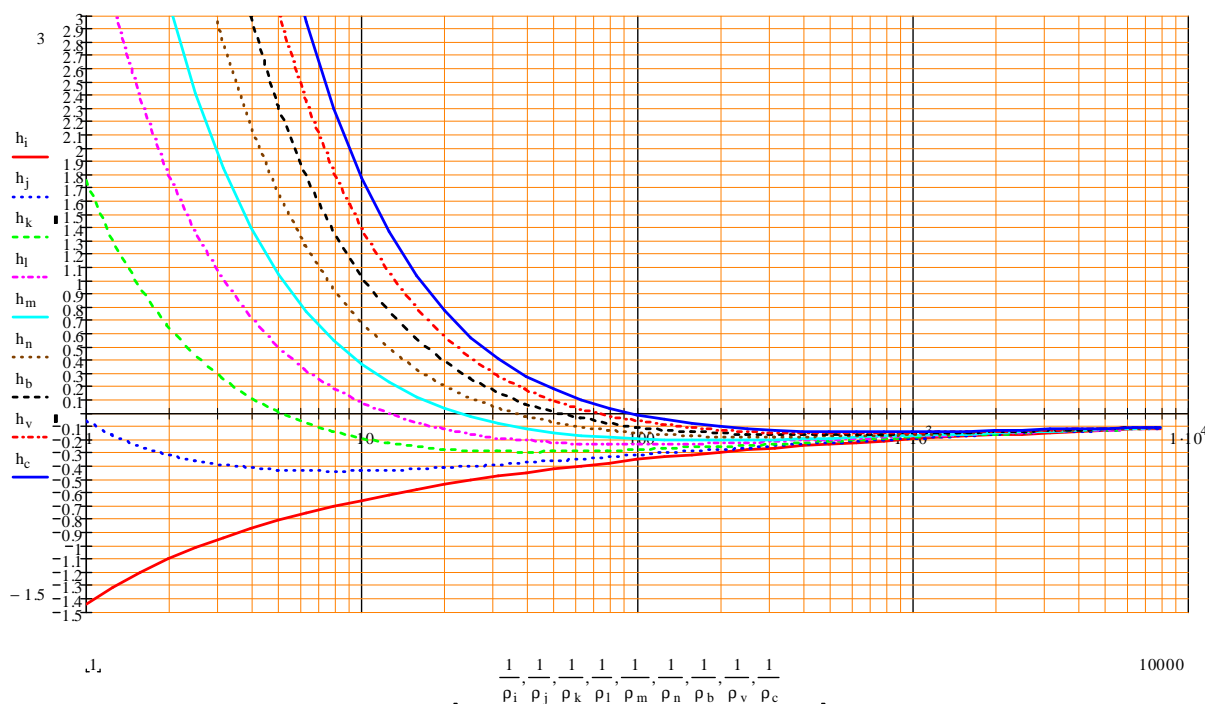


Рисунок 3 – Графічне зображення функції $h=f(\rho, x_2)$

Для анізотропних порід переміщення по осі y буде меншим, ніж для ізотропних порід на величину $(1-h_a)$, тобто $K(1-h_a)H$.

З рисунка 4 маємо:

$$\operatorname{tg}(\varphi - \gamma) = \frac{\operatorname{tg}(\Psi - \gamma)}{1 - h_a} \quad (30)$$

Для умови стабілізації при бурінні в похило залеглих анізотропних породах $\Psi = \alpha$.

Підставивши у рівняння (30) $\Psi = \alpha$ з врахуванням, що $\operatorname{tg}(\varphi - \alpha) = \frac{h}{x_2} \operatorname{tg} \alpha$ та зробивши відповідні перетворення, визначимо буровий індекс анізотропії h_a .

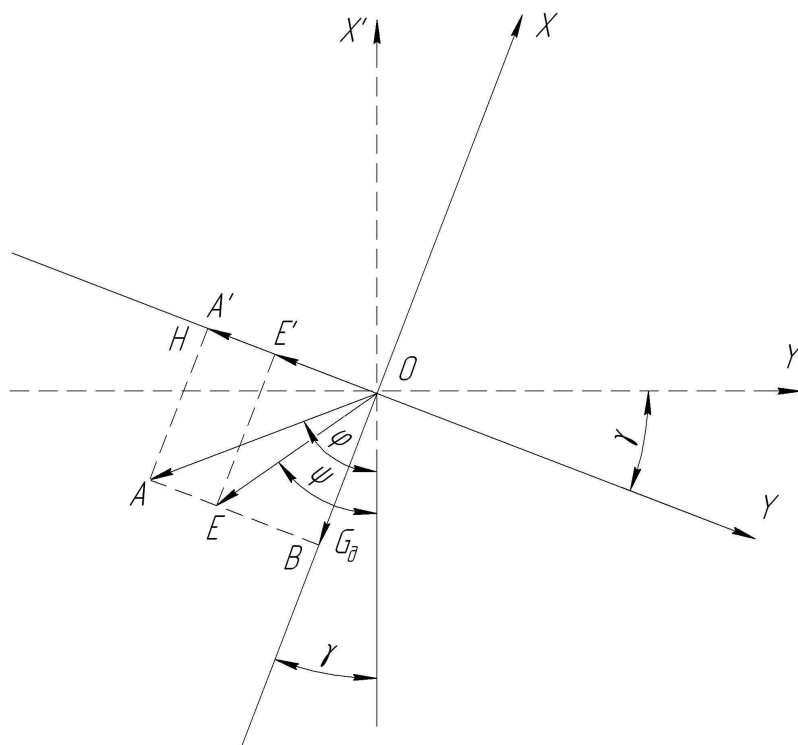


Рисунок 4 – Розрахункова схема

$$h_a = \frac{\frac{h}{x_2} \operatorname{tg} \alpha}{\cos^2(\gamma - \alpha) \left[\frac{h}{x_2} \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\gamma - \alpha) \right]}, \quad (31)$$

де h – нормальна компонента реакції вибою у безрозмірному вигляді;

x_2 – осьова компонента у безрозмірному вигляді;

α – зенітний кут;

γ – кут нахилу пласта.

Змінюючи геометричні розміри бурильної колони та свердловини, осьове навантаження на долото, кут викривлення свердловини та кут нахилу пластів аналітично можна визначити відстань від долота до точки дотику колони зі стінкою свердловини, нормальну складову реакції вибою та буровий індекс анізотропії. На рисунку 5 наведені зміни названих величин для найпоширеніших розмірів бурильної колони та свердловини при зміні значень осьового навантаження на долото від 60 до 240 кН, зенітного кута з $3,5^\circ$ до $10,5^\circ$ та кута нахилу пласта з 12 до 30° .

Проте отримані залежності, як аналітичні так і графічні стосуються безопорних КНБК. На практиці буріння свердловин такі компоновки використовують не завжди. У КНБК включають калібратори, центратори або стабілізатори. Тому нами були проведені дослідження впливу

реакції вибою на нормальну складову при наявності в компоновці низу бурильної колони опорно-центруючого елемента (центратора).

Якщо в КНБК є центруючі пристрої, то він впливає як на форму осі колони, так і на її пружний стан на ділянці, розташованій між долотом і центратором. На цій ділянці ОБТ не торкається стінки свердловини.

При проведенні аналітичних досліджень взаємодії бурильної колони, в компоновку якої встановлено центратор, з вибоєм та стінкою свердловини вважаємо, що колона викривлена в одній площині і має постійний зенітний кут α (рис. 6).

Для аналітичного дослідження впливу навантаження на долото та сили взаємодії колони зі стінкою свердловини та відстань від центратора до точки дотику колони зі стінкою свердловини розглянемо окремо нижню ділянку (від долота до центратора) і верхню (від центратора до точки дотику колони зі стінкою свердловини) [8]. Для цього у рівняння (9) підставимо апроксимуючі функції для нижньої U_{a1} та верхньої U_{a2} ділянок.

$$U_{a1} = \frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right), \quad (32)$$

$$U_{a2} = \frac{\rho}{2} \left[(1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} \right]. \quad (33)$$

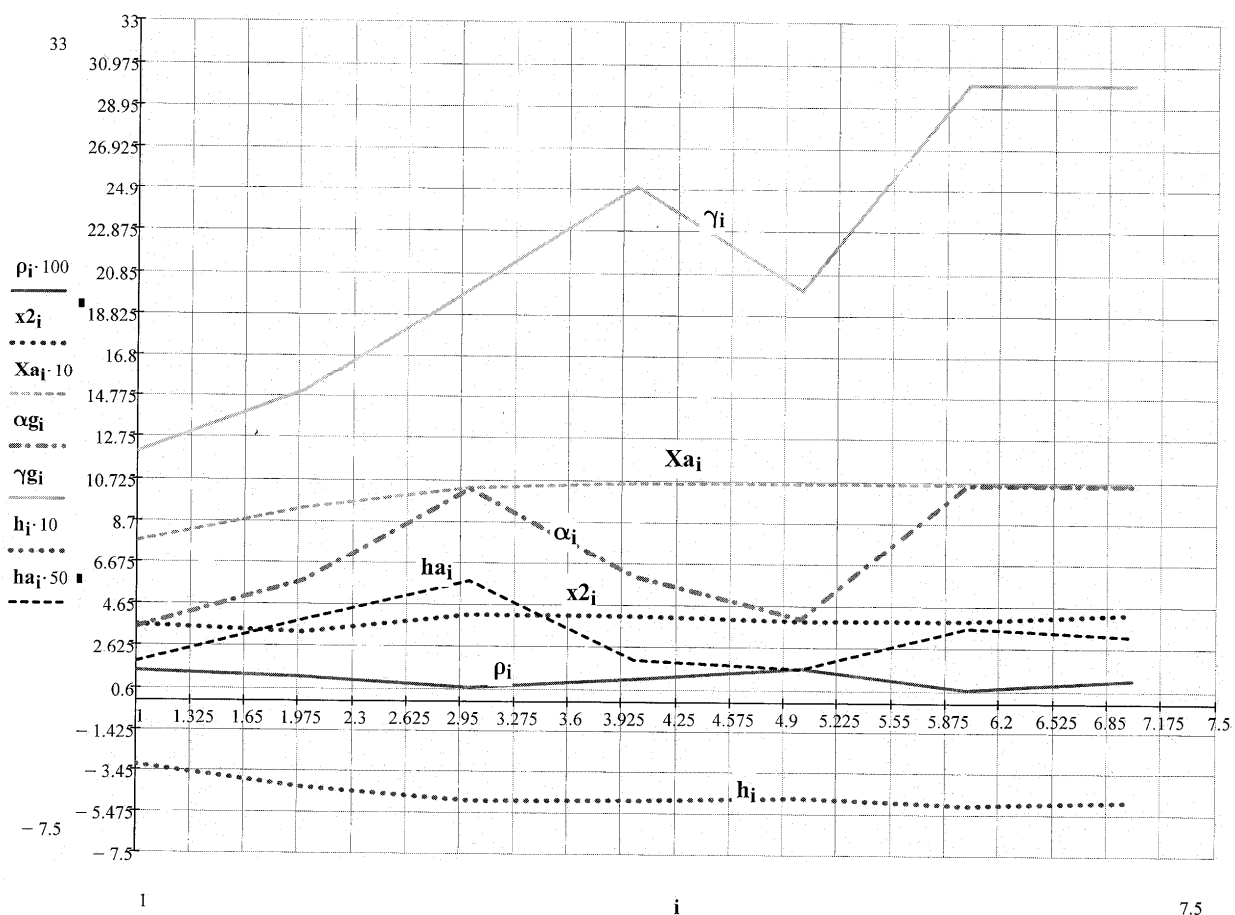


Рисунок 5 – Залежності відстані від долота до точки дотику бурильної колони зі стінкою свердловини, нормальної складової реакції вибою, бурового індексу анізотропії від технологічного зазору між стінкою свердловини та колоною, навантаження на долото (в безрозмірних одиницях), зенітного кута свердловини та кута нахилу пластів

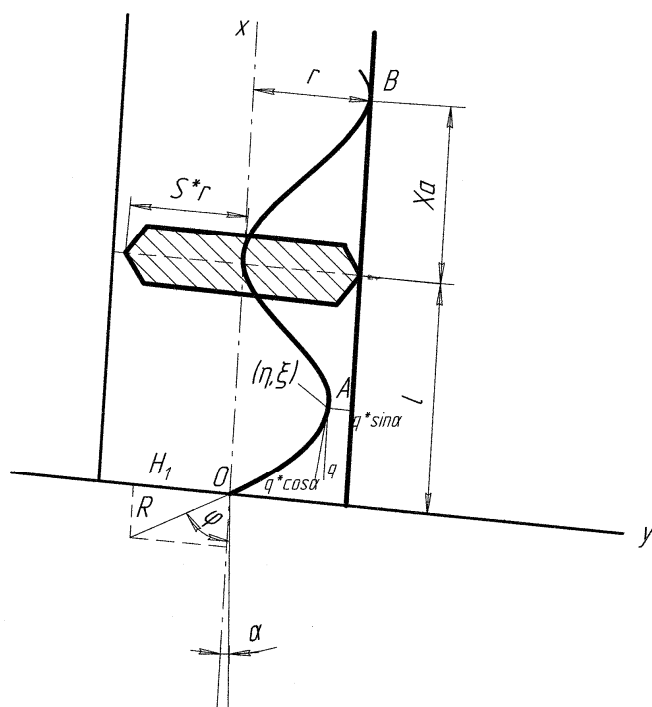


Рисунок 6 – Схема взаємодії бурильної колони з вибоєм та стінкою свердловини

Інтегруючи рівняння (9), з використанням функцій (32) і (33) отримуємо:

$$\frac{d^3 U_1}{dx^3} = -(x_2 - x) \times \frac{d}{dx} \left[\frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right) + x + h_1 \right], \quad (34)$$

$$\frac{d^2 U_1}{dx^2} = -(x_2 - x) \frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right) - \int_0^x \frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right) dx + \frac{x^2}{2} + h_1 x + K_1, \quad (35)$$

$$\frac{dU_1}{dx} = -(x_2 - x) \int_0^x \frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right) dx - 2 \int_0^x \int_0^x \frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right) dx dx + \frac{x^3}{6} + h_1 \frac{x^2}{2} + K_1 x + L_1, \quad (36)$$

$$U_1 = -(x_2 - x) \int_0^x \int_0^x \frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right) dx dx - 3 \int_0^x \int_0^x \int_0^x \frac{\rho}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{l} + 2S \sin \frac{\pi x}{l} \right) dx dx dx + \frac{x^4}{24} + h_1 \frac{x^3}{6} + K_1 \frac{x^2}{2} + L_1 x + M_1. \quad (37)$$

Для верхньої ділянки:

$$\frac{d^3 U_2}{dx^3} = -(x_2 - x) \times \quad (38)$$

$$\times \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\rho}{2} \left[(1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} \right] \right\} + x + h_2, \quad \frac{d^2 U_2}{dx^2} = -(x_2 - x) \frac{\rho}{2} (1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} - \int_0^x \frac{\rho}{2} \left[(1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} \right] dx + \frac{x^2}{2} + h_2 x + K_2, \quad (39)$$

$$\frac{dU_2}{dx} = -(x_2 - x) \times$$

$$\times \int_0^x \left[\frac{\rho}{2} (1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} \right] dx - 2 \int_0^x \int_0^x \frac{\rho}{2} (1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} dx dx + \frac{x^3}{6} + h_2 \frac{x^2}{2} + K_2 + L_2, \quad (40)$$

$$U_2 = -(x_2 - x) \times$$

$$\times \int_0^x \int_0^x \frac{\rho}{2} \left[(1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} \right] dx dx - 3 \int_0^x \int_0^x \int_0^x \frac{\rho}{2} \left[(1+S) + (1-S) \cos \frac{\pi(x-l-x_a)}{x_a} \right] dx dx dx + \frac{x^4}{24} + h_2 \frac{x^3}{6} + K_2 \frac{x^2}{2} + L_2 x + M_2. \quad (41)$$

Для визначення невідомих $(h_1, K_1, L_1, M_1, h_2, K_2, L_2, M_2, x_2, x_a, \rho, l, S)$ використовуємо такі граничні умови:

$$\text{при } x=0; U_1=0 \quad \frac{d^2 U}{dx^2} = 0, \quad (42)$$

$$\text{при } x=l; U_1 = \rho \cdot S; U_2 = \rho \cdot S \quad \left. \begin{aligned} \frac{dU_1}{dx} &= \frac{dU_2}{dx} \\ \frac{d^2 U_1}{dx^2} &= \frac{d^2 U_2}{dx^2} \end{aligned} \right\}, \quad (43)$$

$$\text{при } x=l+x_a; U_2 = \rho \quad \left. \begin{aligned} \frac{dU_2}{dx} &= 0 \\ \frac{d^2 U_2}{dx^2} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (44)$$

Таким чином, із 13 невідомих визначимо 9, виразивши їх через 4 інших (ρ, S, l, x_2) , що їх вважаємо відомими.

$$M_1 = 0, \quad K_1 = 0,$$

$$L_1 = x_2 \rho L \left[\frac{1}{4\pi} + S \left(\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2} \right) + \rho \frac{l^2}{\pi} \left[\frac{1}{8} + S \left(1 - \frac{4}{\pi} - \frac{24}{\pi} \right) + \frac{\pi S}{l^3} \right] - \frac{l^3}{24} - h_1 \frac{l^2}{6} \right], \quad (45)$$

$$K_2 = x_2 \rho - \frac{\rho}{2} (1-S) \times \quad (46)$$

$$\times \left[1 + x_a - \frac{x_a}{\pi} \sin \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} - \frac{1+x_a}{2} - h_2 (1+x_a) \right], \quad L_2 = x_2 \rho \left[\left(1 + S \frac{l+x_a}{2} + (1-S) \frac{x_a}{2\pi} \sin \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} \right) + \rho \left[(1-S) \frac{l+x_a}{2} \cdot \frac{x_a}{\pi} \sin \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} - (1-S) \frac{x_a^2}{\pi^2} \left(1 - \cos \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} \right) \right] - \frac{(l+x_a)^3}{6} - h_2 \frac{(l+x_a)^2}{2} - K_2 (l+x_a), \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
 M_2 = & x_2 \frac{\rho}{2} \left[(1+S) \frac{(l+x_a)^2}{2} - \right. \\
 & - (1-S) \frac{x_a^2}{\pi^2} \left(1 - \cos \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} \right) + \\
 & + (1-S) \cdot (l+x_a) \frac{x_a}{\pi} \sin \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} \left. \right] - \\
 & - (1-S) \cdot (l+x_a) \frac{x_a^2}{\pi^2} \left(1 - \cos \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} \right) - \\
 & - (1-S) \cdot 3 \frac{x_a^3}{\pi^3} \sin \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} + \quad (48) \\
 & + (1-S) \cdot 3(l+x_a) \frac{x_a^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} + \\
 & + (1-S) \frac{(l+x_a)^2}{2} \cdot \frac{x_a}{\pi} \sin \frac{\pi(l+x_a)}{x_a} - \frac{(l-x_a)^4}{24} - \\
 & - h_2 \frac{(l+x_a)^3}{6} - K_2 \frac{(l+x_a)^2}{2} - L_2(l+x_a) + \rho,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_1 = \rho \left[\frac{x_2}{l} - 1 - \frac{x_a}{2l} + S \left(\frac{2}{\pi} + \frac{x_a}{2l} \right) \right] - \\
 - \frac{(l+x_a)^2}{2l} - h_2 \frac{x_a}{l}, \quad (49)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_2 = \frac{3}{2}(1-S)\rho \left[\frac{x_2-l}{x_a} \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) - \right. \\
 \left. - \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \right) + \frac{4}{x_a^3} \right] - \left(l + \frac{3x_a}{4} \right), \quad (50)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(x_a) = & \frac{3}{2} \rho \frac{x_2}{x_a} \left[(1-S) - \frac{1}{x_a} \left(\frac{8}{\pi^2} S - \frac{1}{2\pi} - \frac{2}{3} \right) \right] - \\
 & - \frac{l^2}{x_a^2} \left[\frac{3}{4\pi} + \frac{2}{3} + S \left(\frac{2}{3\pi} - \frac{24}{\pi^2} + \frac{48}{\pi^3} - \frac{2}{l^3} \right) \right] - \\
 & - (1-S) \left[\left(1 - \frac{4}{\pi^2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{l}{x_a} \right) + \left(\frac{3}{2} + \frac{l}{x_a} \right) \times \right. \\
 & \times \left. \left[\frac{(x_2-l) \cdot \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) + \frac{4}{x_a^2}}{x_a} - \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \right) \right] \right] + \quad (51) \\
 & + \frac{1}{8} \left(2 + 9 \frac{x_a}{l} - \frac{l^2}{x_a^2} \right),
 \end{aligned}$$

Для визначення x_a використаємо метод ітерації (формула 28).

$$\begin{aligned}
 f'(x_a) = & \frac{3}{2} \cdot \frac{\rho}{x_a^2} x_2 \left[2 \frac{l}{x_a} \left(\frac{8}{\pi^2} S - \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{2}{3} \right) \right) - (1-S) \right] + \\
 & + \frac{3}{2} \cdot \frac{\rho}{x_a^2} (1-S) \left[(x_2-l) \cdot \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) \cdot \left(2 \frac{l}{x_a} + \frac{3}{2} \right) + \right. \\
 & + \frac{2}{x_a^2} \left(9 + 8 \frac{l}{x_a} \right) + l \left(\frac{1}{3} + \frac{6}{\pi^2} \right) \left. \right] + \frac{3}{2} \cdot \frac{\rho}{x_a^2} 2 \frac{l^2}{x_a} \times \\
 & \times \left[\frac{3}{4\pi} + \frac{2}{3} + S \left(\frac{2}{3\pi} - \frac{24}{\pi^2} + \frac{48}{\pi^3} - \frac{2}{l^3} \right) \right] + \\
 & + \frac{1}{4} \cdot \frac{l}{x_a} \left(\frac{9}{2} \cdot \frac{x_a}{l} + \frac{l^2}{x_a^2} \right). \quad (52)
 \end{aligned}$$

За допомогою програмного забезпечення MathCAD отримали графічні залежності відстані від центратора до точки дотику колони зі стінкою свердловини x_a та нормальної складової h від навантаження x_2 та зазору ρ (рис. 7-9).

Висновки

1. На основі аналітичних досліджень виведено формулу, за допомогою якої визначають буровий індекс анізотропії.
2. Встановлено, що буровий індекс анізотропії впливає на режимно-технологічні параметри та інтенсивність викривлення.
3. На основі аналітичних досліджень встановлено, що буровий індекс анізотропії збільшує zenітний кут при застосуванні як гладких компонок, так і КНБК зі встановленим центратором.
4. Зі збільшенням zenітного кута та зазору сила тиску колони на стінку свердловини зростає.
5. Встановлення на оптимальній віддалі від долота центратора у бурильній колоні дозволяє зменшити zenітний кут свердловини при постійному осьовому навантаженні.
6. З метою збільшення осьового навантаження на долото, при постійному zenітному куті, у компоновку бурильної колони слід включати центратор.

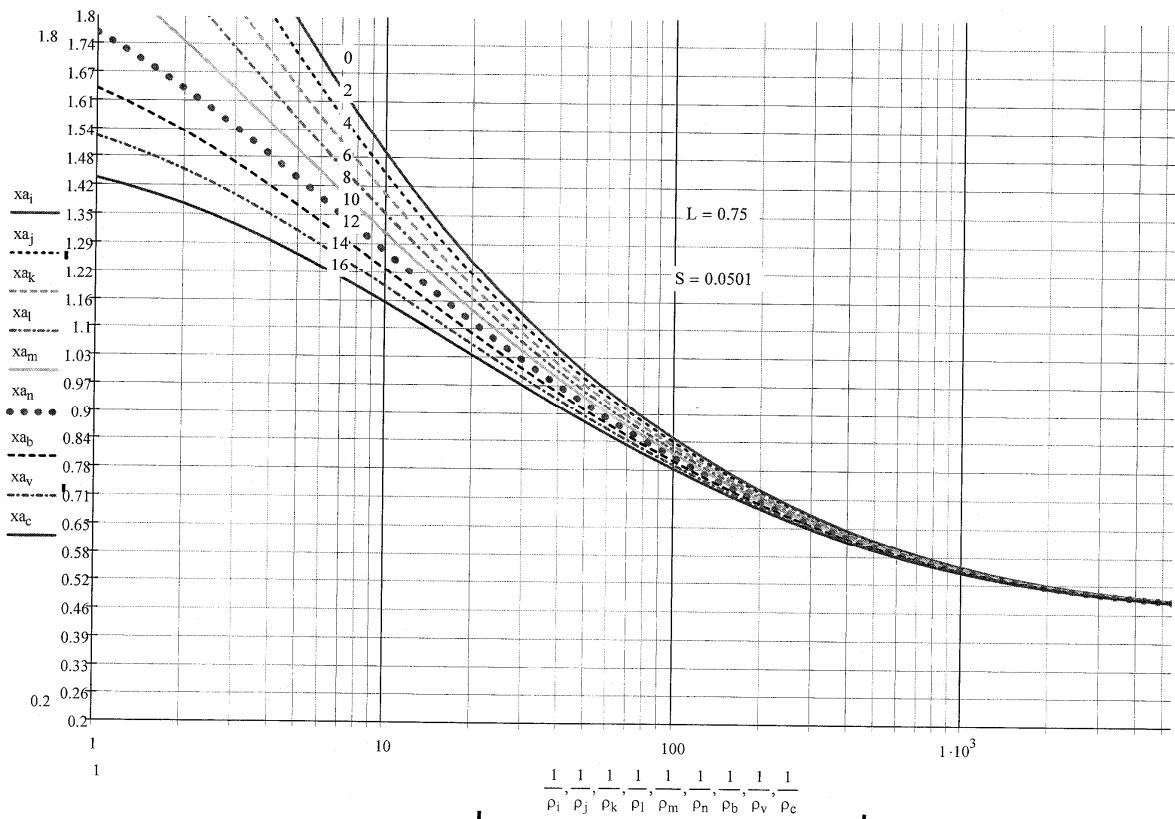


Рисунок 7 – Графічне зображення функції $x_a=f(\rho, x_2)$

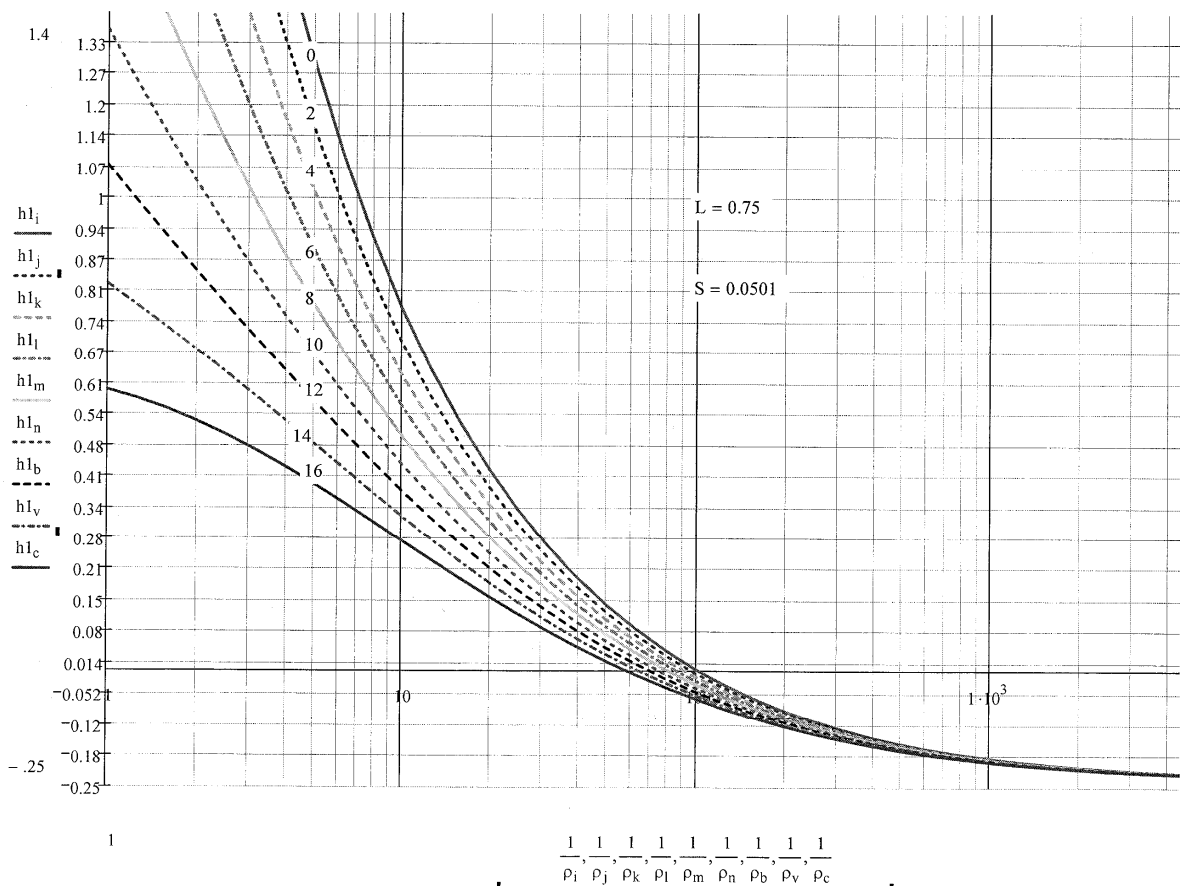


Рисунок 8 – Графічне зображення функції $h_1=f(\rho, x_2)$

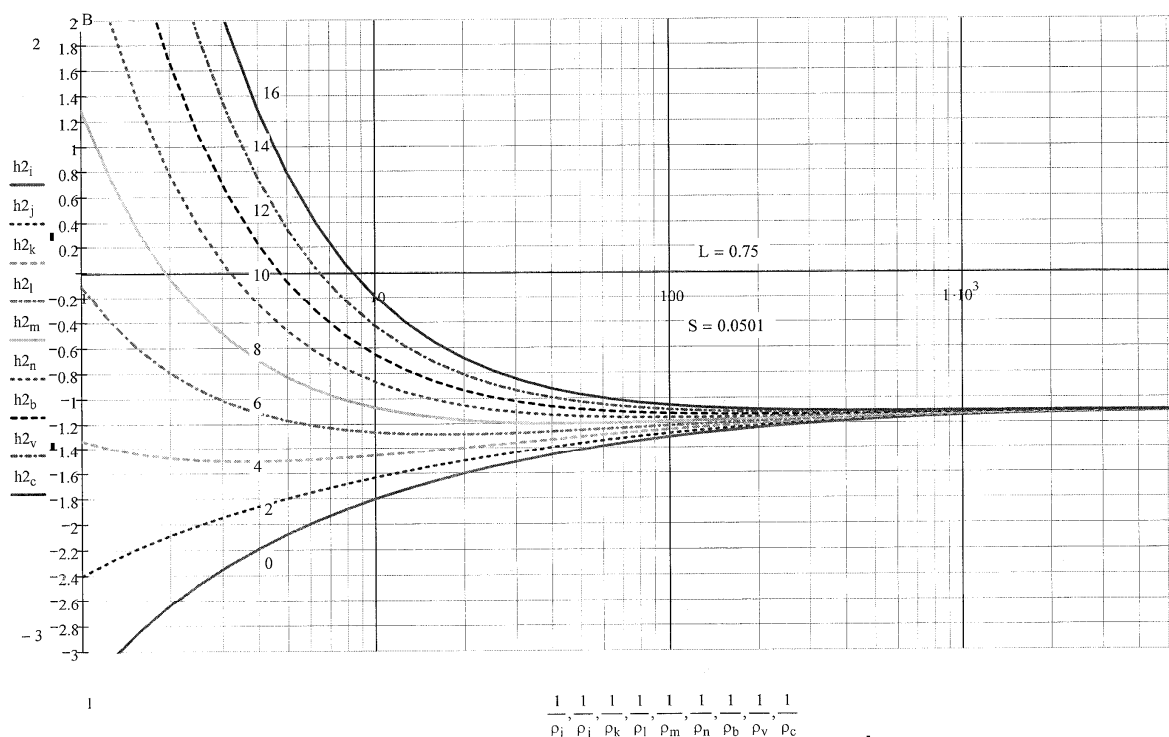


Рисунок 9 - Графічне зображення функції $h_2=f(\rho, x_2)$

Література

References

1. Калинин А.Г., Кульчицкий В.В. Естественное и искусственное искривление скважин. Москва – Ижевск: НИЦ «Регулирование и хаотическая динамика» Институт компьютерных исследований, 2006. 161 с.
2. Сулакшин С.С. Направленное бурение. М.: Недра, 1987. 222 с.
3. Кочкодан Я.М., Васько А.І. Вплив анізотропії гірських порід на просторове орієнтування свердловин. *Науковий потенціал 2016: матеріали XII Міжнародної наукової інтернет конференції*. Київ, 2016. С.12-28.
4. Кочкодан Я.М., Васько А.І. Дослідження взаємодії нижньої частини бурильної колони зі стабілізатором з вибоєм та стінкою свердловини. *Науковий огляд*. Київ, 2018. № 25(48). С.117-129.
5. Григулецкий В.Г., Лукьянов В.Т. Проектирование компоновок нижней части бурильной колонны. М.: Недра, 1990. 362 с.
6. Григулецкий В.Г. Оптимальное управление при бурении скважин. М.: Недра, 1988. 229 с.
7. Вудс Г., Лубинский А. Искривление скважин при бурении. М.: Гостоптехиздат, 1960. 161 с.
8. Кочкодан Я. М., Васько А. І., Добруцький Р. Л. Вплив бурового індексу анізотропії на відхилення осі свердловини від проектного профілю. *Наука і Життя: Сучасні тенденції, інтеграція в світову наукову думку: матеріали XIII Міжнародної наукової інтернет-конференції*. Київ, 2017. С.72-90.

1. Kalinin A.G. Estestvennoe i iskusvennoe isrivlenie skvazhin. A.G.Kalinin, V.V.Kul'chickiy. Moskva – Izhevsk: NIC «Regulirovanie i haticheskaya dinamika» Institut komp'yuternykh issledovaniy. 2006. 161 p.
2. Sulakshin S.S. Napravlennoe burenie. M.: Nedra. 1987. 222 p.
3. Kochkodan Ya.M., Vasko A.I. Vplyv anizotropii hirs'kykh porid na prostорове орієтування свердловин. *Naukovyi potentsial 2016: Materialy XII Mizhnarodnoi naukovoї internet konferentsii*. Kyiv, 2016. P.12-28.
4. Kochkodan Ya. M., Vasko A. I. Doslidzhennia vzaiemodii nyzhnoi chastyny burylnoi kolony zi stabilizatorom z vyboiem ta stinkoiu sverдловiny. *Naukovyi ohliad*. Kyiv, 2018. No .25(48). P.117-129.
5. Griguleckiy V.G., Luk'yanov V.T.. Proektirovanie komponovok nizhney chasti burilnoy kolonny. M.: Nedra, 1990. 362 p.
6. Griguleckiy V.G. Optimal'noe upravlenie pri burenii skvazhin. M.: Nedra, 1988. 229 p.
7. Vuds G., Lubinskiy A. Iskrivlenie skvazhin pri burenii. M.: Gostoptehizdat, 1960. 161 p.
8. Kochkodan Ya. M., Vasko A. I., Dobruts'kyi R. L.. Vplyv burovoho indeksu anizotropii na vidkhylennia osi sverдловiny vid proektnoho profilu. *Nauka i Zhyttia: Suchasni tendentsii, intehtratsiia v svitovu naukovu dumku*. Materialy XIII Mizhnarodnoi naukovoї internet-konferentsii. Kyiv, 2017. P.72-90.