УДК 622.691.48

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ ГАЗУ В ҐРУНТІ ВНАСЛІДОК ВИНИКНЕННЯ МАЛИХ ВИТОКІВ У ГАЗОПРОВОДІ

В.Я. Грудз, Я.В. Грудз, В.В. Фейчук, Н.Я. Дрінь, Р.Б. Стасюк

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42342, e-mail: public@nung.edu.ua

Побудовано двомірну математичну модель нестаціонарної фільтрації газу в пористому середовищі (ґрунті), викликану появою точкового витоку з газопроводу, який імітується за допомогою функції Дірака. Математична модель базується на рівнянні фільтрації Дарсі і рівнянні нерозривності потоку. Розроблено алгоритм реалізації математичної моделі і одержано числові розв'язки для різних умов. Проведено аналіз одержаних розв'язків, за якими встановлено закономірності процесу фільтрації газу в ґрунті. Зокрема, дана оцінка тривалості процесу до досягнення газом поверхні ґрунту і величини ареалу загазованості ґрунту при цьому.

Ключові слова: фільтрація, витік газу, ареал загазованості.

Построена двухмерная математическая модель нестационарной фильтрации газа в пористой среде (почве), вызванная появлением точечной утечки из газопровода, который имитируется с помощью функции Дирака. Математическая модель базируется на уравнении фильтрации Дарси и уравнении неразрывности потока. Разработан алгоритм реализации математической модели и получены численные решения для различных условий. Проведен анализ полученных решений, по которым установлены закономерности процесса фильтрации газа в почве. В частности, дана оценка длительности процесса к моменту достижения газом поверхности почвы и величины ареала загазированности почвы при этом.

Ключевые слова: фильтрация, утечка газа, ареал загазированности.

The article deals with the two-dimensional mathematical model of non-stationary gas filtration in porous environment (ground) caused by the gas pipeline pinhole leakage which is simulated by Dirac function. The mathematical model is based on Darcy's equation and flow continuity equation. The algorithm of the mathematical model implementation is developed. The computational solutions for different conditions are obtained. The author analyses the achieved solutions, which show common factors of the underground gas filtration process. The duration of the process of gas reaching the ground surface and the concurrent area of the underground gas contamination are described.

Keywords: filtration, gas leakage, area of gas contamination.

Актуальність проблеми. В газопроводі з тривалим терміном експлуатації у разі пошкодження ізоляційного покриття внаслідок корозійних процесів можуть утворюватися наскрізні отвори (свищі), крізь які газ витікає в довкілля. Якщо в газопроводі газ знаходиться під високим тиском, то виникнення свища буде невдовзі зафіксоване за характерним звуком і викиданням ґрунту газовою струминою. Для газових мереж характерні невисокі тиски в трубопроводі, тому виникнення свища може не привернути уваги, і витікання може існувати протягом значного проміжку часу. Це призводить до значних втрат газу і виникнення вибухонебезпечної ситуації.

Аналіз літературних джерел. Дослідження витікання газу з газопроводу присвячено роботам Капцов И.И. [2], Щербаков С.Г. [5], Яковлєва Е.И. [6], в яких приведено методику визначення втрати газу при витіканні, дано оцінку втрат газу при транспортуванні, запропоновано методи діагностування витоків. Закономірності фільтрації газу в пористому середовищі висвітлено в працях Бузинова С.Н. [1], Левикина Е.В. [3], Хейна А.Л. [4] та ін. Приведені залежності швидкості фільтрації від розподілу тисків та характеристики пористого середовища. Однак, сумісні дослідження процесів витікання газу з трубопроводу і формування при цьому ареалу забруднення ґрунту в літературі відсутні.

Метою дослідження є проведення аналітичних досліджень витікання газу з газопроводу і формування ареалу забруднення ґрунту при цьому. Завдання створення і реалізації математичної моделі полягають в тому, щоб на основі аналітичних досліджень встановити час, за який фільтрація газу в ґрунті, що виникне в результаті появи свища в газопроводі, досягне поверхні ґрунту, і який при цьому обсяг в ґрунті займатиме сформований ареал забруднення.

При створенні математичної моделі формування ареалу забруднення ґрунту газу, що витікає з газопроводу, прийнято такі припущення:

– інтенсивність витікання газу в ґрунті постійна в часі;

– фільтрація рідини в ґрунті лінійна і підпорядковується закону Дарсі;

– фільтрація ґрунтових вод у середовищі відсутня.

В основу математичної моделі покладено рівняння нестаціонарної плоскої фільтрації рідини в пористому середовищі, в якій джерело витоків розглядається як точкове джерело і моделюється за допомогою функції Дірака. Лінійна фільтрація неперервного середовища в ґрунті описується законом Дарсі, згідно з яким швидкість фільтрації з урахуванням джерела:

$$\omega = -\frac{k}{\eta}\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{q}{F}\delta\left(x - x_g\right). \quad (1)$$

Рівняння нерозривності лінійної фільтрації має вигляд

$$-\frac{\partial P}{\partial t} = c^2\,\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial x}. \quad (2)$$

Диференціюючи (1) за часом і (2) за лінійною координатою та переходячи до плоскої задачі, отримаємо математичну модель у вигляді

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = ж\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) - ж\frac{q}{F}\delta\left(x - x_g\right)\delta\left(y - y_g\right), \quad (3)$$

де: ω – швидкість фільтрації як функція часу t і просторових декартових координат.

$$ж = \frac{kc^2\rho}{\eta},$$

k - проникність пористого середовища;

c - швидкість розповсюдження звуку в середовищі;

η - динамічна в'язкість газу;

ρ - густина газу;

q - інтенсивність джерела;

F - площа поверхні, через яку здійснюється фільтрація;

x_g, y_g - додаткові координати джерела в площині;

$\delta\left(x - x_g\right), \delta\left(y - y_g\right)$ - функції Дірака.

При виборі початкових і граничних умов вважалося, що в початковий момент часу фільтрація газу в ґрунті відсутня, поверхня ґрунту газу непроникна, а на безмежному віддаленні від джерела швидкість фільтрації дорівнює нулю, тобто

$$\omega(x, y, 0) = 0; \omega(0, h, t) = 0; \omega(\infty, h, t) = 0, \quad (4)$$

де h - глибина закладення газопроводу в ґрунті.

Поставлена задача розв'язувалась із застосуванням інтегральних перетворень. На першому етапі було використане синус-перетворення Фур'є, згідно з яким

$$W = \int_0^\infty \omega(x, y, t)\sin\lambda y dy. \quad (5)$$

Таким чином, рівняння (3) зводилось до вигляду

$$\frac{\partial W}{\partial t} = ж\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \lambda^2 W\right) - ж\frac{q}{F}\sin\lambda y_g\,\delta\left(x - x_g\right). \quad (6)$$

В подальшому було використано перетворення Лапласа

$$\overline{W} = \int_0^\infty W(x, \lambda, t)\,e^{-st}dt. \quad (7)$$

Тепер на основі (6) одержано

$$\frac{d^2\overline{W}}{dx^2} - \left(\frac{s + ж\lambda^2}{ж}\right)W = \frac{q}{Fs}\sin\lambda y_g\,\delta\left(x - x_g\right). \quad (8)$$

Розв'язок (8) з використанням початкових умов, одержаних на основі (4), має вигляд

$$\overline{W} = \frac{q\sin\lambda y_g}{2F}\left[\sigma\left(x - x_g\right) - 1\right]\frac{же^{\sqrt{s+ж\lambda^2}\frac{\left(x-x_g\right)}{\sqrt{ж}}}}{s\sqrt{s + ж\lambda^2}} - \frac{q\sin\lambda y_0}{2F}\sigma\left(x - x_g\right)\frac{\sqrt{ж}e^{-\sqrt{s+ж\lambda^2}\frac{\left(x-x_g\right)}{\sqrt{ж}}}}{s\sqrt{s + ж\lambda^2}}. \quad (9)$$

Застосування до (9) оберненого перетворення Лапласа дозволило отримати

$$W = \frac{q\sin\lambda y_g}{4F\lambda}\left[\sigma\left(x - x_g\right) - 1\right]\times \frac{1}{2\lambda\sqrt{ж}}\left[e^{-\lambda\left(x_g - x\right)}erfc\left(\frac{x_0 - x}{2\sqrt{жt}} - \lambda\sqrt{жt}\right) - e^{-\lambda\left(x_g - x\right)}erfc\left(\frac{x_g - x}{2\sqrt{жt}} + \lambda\sqrt{жt}\right)\right] - \frac{q\sin\lambda y_g}{4\lambda F}\sigma\left(x - x_0\right)\left[e^{-\lambda\left(x - x_0\right)}erfc\left(\frac{x - x_g}{2\sqrt{жt}} - \lambda\sqrt{жt}\right) - e^{-\lambda\left(x - x_g\right)}erfc\left(\frac{x - x_g}{2\sqrt{жt}} + \lambda\sqrt{жt}\right)\right]. \quad (10)$$

Використовуючи обернене синус-перетворення Фур'є, одержимо розв'язок поставленої задачі у вигляді

$$\omega(x, y, t) = \frac{q}{2\pi F}\int_0^\infty \frac{\sin\lambda y_g\sin\lambda y}{\lambda}\times \left\{\left[\sigma\left(x - x_g\right) - 1\right]\left[e^{-\lambda\left(x_g - x\right)}erfc\left(\frac{x_g - x}{2\sqrt{жt}} - \lambda\sqrt{жt}\right) - e^{-\lambda\left(x_g - x\right)}erfc\left(\frac{x_g - x}{2\sqrt{жt}} + \lambda\sqrt{жt}\right)\right] - \sigma\left(x - x_g\right)\left[e^{-\lambda\left(x - x_g\right)}erfc\left(\frac{x - x_g}{2\sqrt{жt}} - \lambda\sqrt{жt}\right) - e^{-\lambda\left(x - x_g\right)}erfc\left(\frac{x - x_g}{2\sqrt{жt}} + \lambda\sqrt{жt}\right)\right]\right\}d\lambda, \quad (11)$$

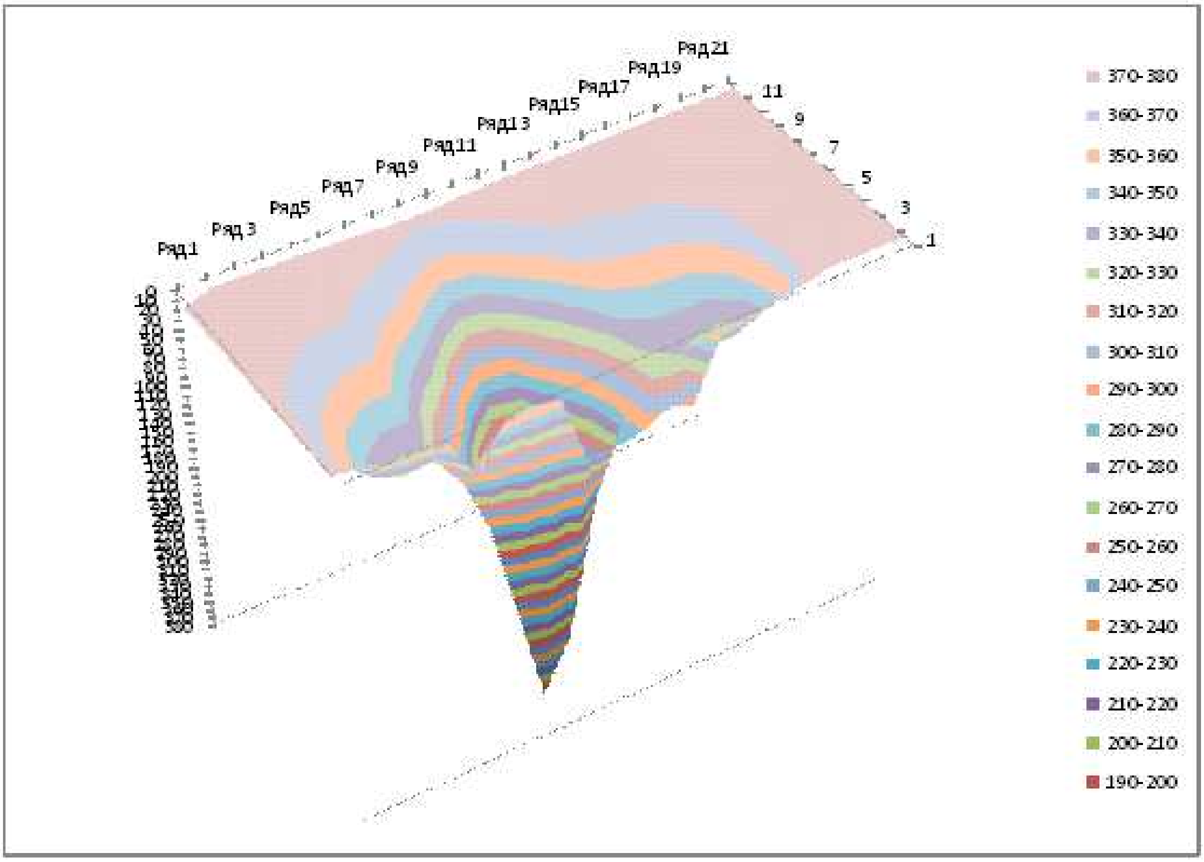

Рисунок 1- Результати математичного моделювання поля швидкостей фільтрації при появі витоку з газопроводу

де: $\sigma\left(x - x_g\right)$ - одинична функція Хевісайда

$$\sigma = \begin{cases} 1, \textit{ якщо } x \rangle x_g \\ 0, \textit{ якщо } x \le x_g \end{cases},$$

$erfc(z)$ - інтеграл імовірності

$$erfc(z) = \int_0^\infty e^{-z^2} dz .$$

Рівняння (11) дозволяє отримати в кожній точці площини з координатами $\left(x_i , y_i\right)$ значення швидкості фільтрації w_i в певний момент часу, обумовлене дією одного точкового джерела інтенсивністю q.

Реалізація (11) із застосуванням числових методів дозволила отримати характер розподілу швидкостей фільтрації газу в ґрунті при появі витоку газу з газопроводу різної інтенсивності. Слід зауважити, що математичне моделювання у формулі (11) справдилося для проміжку часу, коли витік газу не досягне поверхні ґрунту .

Для встановлення закономірностей формування поля швидкостей фільтрації газу в ґрунті проведено обчислювальний експеримент на основі створеної моделі. В умовах експерименту вважалося, що на глибині $1\,м$ знаходиться точковий малий витік газу інтенсивністю $20\, мм^3 / c$ через корозійний отвір в стінці труби круглої форми діаметром $2\, мм$. При цьому лінійна швидкість витоку газу через отвір складає $6{,}37\, мм / c\ \left(382\, мм / хв\right)$. Проникність середовища (ґрунту в непорушеному стані) прийнято рівною $0{,}5\, дарсі$. Вздовж осі трубопроводу (засипка траншеї) проникність вважається в 1,5 рази більшою.

Висновки

При виникненні малих витоків газу з газопроводів низького тиску індикація їх на поверхні ґрунту можлива через короткий проміжок часу (5-10хв) і залежить від властивостей ґрунту .

Ареал загазованості ґрунту витоками газу з газопроводу на глибинах, близьких до трубопроводу, займає поверхню, співрозмірну з розмірами траншеї. З наближенням до поверхні трубопроводу форма ареалу загазованості наближається до еліпса, велика вісь якого спрямована вздовж осі трубопроводу, а площа складає близько $40\, м^2$.

Запропонована математична модель дозволяє підвищити ефективність діагностування малих витоків з газопроводів і оцінити розміри ареалів загазованості при цьому.

Література

1 Бузинов С. Н . Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов / С. Н . Бузинов, И.Д. Умрихин. – М.: Недра, 1984. – 269 с.

2 Капцов И.И. Определение количества жидкости в газопроводе / И.И. Капцов, В.Н. Гончар // Газовая промышленность. – 1989. – № 3.

3 Левикин Е.В. Технологическое проектирование хранения газа в водоносных пластах / Е.В. Левикин. – М.: Недра, 1973. – 207 с.

4 Хеш А.Л. Газодинамические расчеты ПХГ / А.Л. Хеш. – М.: Недра, 1968. – 314 с.

5 Щербаков С.Г. Проблемы трубопроводного транспорта нефти и газа / С.Г. Щербаков. – М.: Наука, 1982. – 206 с.

6 Яковлев Е.И. Методика диагностики состояния внутренней полости магистрального газопровода / Е.И. Яковлев, Г. Крылов и др. // Мингазпром СССР. – Киев: Союзгазпроект, 1987. – 254 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 17.08.11

Рекомендована до друку професором ***Тимківим Д.Ф.***